

نهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران
زاهدان - ۱۷ الی ۱۹ شهریور ماه ۱۳۸۶

هندسه پویا، تلفیق موفق «ICT» با «برنامه درسی»

مولفان:

میلاذ افشین منش - اعظم کچویی

چکیده

چارچوب های تلفیق ICT با برنامه درسی، پیش از این، مشخص شده است. اگرچه طبق سیاست های آموزش و پرورش، دوره های ICDL و آشنایی با کامپیوتر برای اکثر معلمان برگزار شده و یا در حال برگزاری است، اما متأسفانه در میان قشر معلمان برخوردار شده از این آموزش ها، به کارگیری و استفاده از ابزارهای ICT در تدریس، بسیار ناچیز و اندک است. ما در این مقاله به بیان «دستاوردهای ICT برای آموزش ریاضیات» پرداخته و پس از بیان مشکلات موجود به ضرورت هایی جهت «تلفیق برنامه درسی با دستاوردهای فناوری اطلاعات» پرداخته ایم و با معرفی «هندسه پویا» و نرم افزار «GeoGebra» به عنوان نرم افزاری مناسب در تدریس ریاضیات و خصوصاً ریاضیات دوره های قبل از دانشگاه، نتایج کلی نمونه اجرا شده ای از بکارگیری GeoGebra در آموزش مبحث «معادله خط» دوره راهنمایی را بیان کرده ایم.

واژه های کلیدی: تدریس فعال - هندسه پویا - IT و ICT در تدریس - GeoGebra

۱- مقدمه

در یکی از مقالات ارائه شده در دومین همایش آموزش الکترونیکی، نویسندگان ضمن بررسی و بیان چارچوبی برای تلفیق ICT در آموزش ریاضی، به بیان ضرورت ها و چگونگی استفاده از آن و سازماندهی این مقوله پرداخته بودند (رفیع پور، گویا، خلیفه، ۱۳۸۳).^۱

مولفان، با بیان اینکه «اکثر افراد متخصص در این زمینه، بر رویکرد تلفیقی ICT با موضوع درسی اتفاق نظر دارند»، به این نکته اشاره می کنند که «اما تاکنون در این مورد که چگونه می توان این کار را انجام داد و از آموزش تلفیقی برای بهبود فرآیند آموزشی بهره جست، کمتر سخنی به میان رفته است».

ما، در ادامه مقاله ارائه شده در سمینار مزبور، به بیان دستاوردهای ICT برای آموزش ریاضی می پردازیم و مشکلات موجود در این مسیر و نیز ضرورت های چگونگی تلفیق ICT با برنامه درسی را مورد توجه قرار می دهیم و سپس با پیشنهاد «هندسه پویا» به عنوان تلفیق موفق ICT با برنامه درسی، به معرفی نرم افزاری مناسب و ذکر مصادیقی از به کارگیری آن در تدریس به روش فعال مبتنی بر ICT و نتایج کلی آن خواهیم پرداخت.

۲- دستاوردهای ICT برای آموزش ریاضیات

این سخن رامبرگ (۱۹۹۸) که: «امروزه هیچ کس با محاسبات کاغذ و مدادی، امرار معاش نمی کند و ابزارهای الکترونیکی که قادر به انجام محاسبه در حجم زیاد و سریع و نمایش اطلاعات به طرق مختلف هستند، مهارت های مورد تاکید در درس ریاضی را تغییر داده اند» را شاید بتوان خلاصه ترین دلیل برای وجوب بهره گیری از ICT در آموزش دانست. با این حال مهم ترین دستاوردهای استفاده از ICT در آموزش ریاضی را، می توان بدین ترتیب، خلاصه کرد:

۲-۱: یادگیری از طریق بازخورد سریع

دریافت بازخورد سریع از رایانه و مشاهده بلافاصله اثر تغییرات اعمال شده بر خروجی نمایش داده شده در نمایشگر، فرصت فرضیه سازی و بررسی فرضیه های ساخته شده را برای دانش آموزان فراهم می کند. ضمن آنکه صحت پاسخ های بدست آمده برای یک مساله، توسط رایانه براحتی آشکار خواهد شد. در بررسی درستی فرضیه های ساخته شده توسط دانش آموزان، در محاسبات مربوط به مسائل ترکیباتی با مقادیر بالا، پیمایش گراف ها، بهینه سازی ها با توجه به تمام جواب های ممکن مساله و غیره، تفاوت های استفاده از ICT و عدم استفاده از آن به خوبی قابل درک است.

۲-۲: مشاهده الگوها

تغییرات متوالی، منظم و کنترل شده بر روابط ریاضی از قبیل معادله یک تابع و مشاهده رفتار آن در صفحه، جایگذاری مقادیر مختلف عددی در یک فرمول و بررسی نتایج حاصله از آن و غیره می تواند الگوی نهفته در اشیا و اشکال ریاضی را آشکار سازد و دانش آموزان را به سمت تعمیم دادن صحیح احکام ریاضی، هدایت کند. الگوهای عددی بدست آمده توسط ماشین حساب و کشف روابط حاکم بر اعداد از ابتدایی ترین این موارد است.

رایانه با تاثیر دادن بلافاصله تغییرات بر خروجی نمایش داده شده و یا با در کنار هم قرار دادن نتایج متعدد حاصل شده از تغییرات، درک و کشف الگوهای ریاضی را میسر و آسان می سازد. بطوریکه ذهنیت استقرایی بوجود آمده از بکارگیری ICT، بطور محسوسی، قابل اعتمادتر از انواع مشابه خود می باشد.

۲-۳: کار با تصاویر پویا

به تصویر کشیدن ایده ها و تصورات ذهنی دانش آموزان جهت بررسی صحت آنها و یا داشتن درک درست تر و بهتر نسبت به موضوع، بخصوص در هندسه، با کمک رایانه ها به راحتی در دسترس است. حجم ها، تقارن ها، معادلات خطوط و سهمی ها، انتقال ها و بردارها به راحتی شبیه سازی شده و رایانه با انجام محاسبات لازم برای هر مرحله، به حذف حاشیه های غیر ضرور پرداخته و دانش آموز را متوجه هدف اصلی موضوع درسی می کند.

ضمن آنکه مواردی از قبیل دوران یک شکل مسطح حول یکی از اضلاعش و ساختن اجسام حجم دار، تقاطع مخروط و صفحه با زوایای مختلف و بررسی مقاطع مخروطی و غیره، بدون استفاده از رایانه، با دشواری بسیاری روبرو بوده و بعضاً غیرممکن است و لذا می توان یاری رساندن به تصویر سازی ریاضی در ذهن دانش آموز را نیز از دستاوردهای ICT دانست.

۳- تلفیق ICT با برنامه درسی

۳-۱: مشکلات موجود

پیش از بررسی ضرورت های لازم برای این تلفیق، به موانع و رخدادهایی در این مسیر اشاره می کنیم.

با برگزاری دوره های ضمن خدمت ICDL برای طیف وسیعی از معلمان، این انتظار می رفت که از بی مهری های روا شده نسبت به حوزه ICT، کاسته شده و شاهد رواج گسترده تری از به کارگیری آن، در آموزش و برنامه درسی معلمان باشیم. پروژه عظیمی که علیرغم اهداف پیش بینی شده، تغییرات محسوسی در کلاس های درسی بوجود نیاورد.

مشکلات و موانعی که بر سر راه استفاده از ICT خودنمایی می کرد را می توان بطور خلاصه بدین ترتیب، فهرست کرد:

۳-۱-۱: عدم فرهنگ سازی و بستر سازی های لازم

نقش معلم، هنگام استفاده از ابزارهای IT و ICT تعریف نشده و در پرده ابهام است. ابهامی که بیشتر به سمت تفکر «کمرنگ شدن نقش معلم در سیستم آموزشی و از دست دادن جایگاه وی» متمایل است و تبیین نقش معلم به عنوان «هدایت کننده دانش» که جایگاهی برتر از جایگاه فعلی است، حداقل فرهنگ سازی لازم برای رواج IT و ICT در جامعه آموزشی کشور است.

دقیق و روشن نبودن نحوه بکارگیری ICT در تدریس نیز از موارد فرهنگ سازی نشده است. کما آنکه "فاصله موجود بین کشورها در استفاده از ICT، فاصله دیدگاه های معلمانشان در نحوه استفاده از ICT و چگونگی تلفیق آن با برنامه درسی است".^۲

۳-۱-۲: نقائص موجود در آموزش های ICDL

آموزش های ضمن خدمت ICDL معلمان، در محتوای تدریس و ارزشیابی پایانی دارای نقائص متعددی است. آموزش Microsoft Access با توجه به کاربردی و ضروری نبودن آن برای معلم کلاس درس، از موارد سوال برانگیز است. در حالیکه همین فرصت می تواند صرف فراگیری مهارت های ضروری تر همانند آموزش جامع تر Microsoft Word و یا کسب مهارت بیشتر در استفاده از اینترنت، انجام جستجوهای هدف دار در محیط وب و بهره گیری از منابع تحت شبکه شود. همچنین در دسترس نبودن محیطی، برای تمرین آموخته ها، نهادینه شدن این مفاهیم در ذهن یادگیرنده را با چالش های متعددی روبرو ساخته است.

۳-۱-۳: مواجهه با رفتارگرایان و تدریس سنتی

شاید به جرات بتوان گفت که به کارگیری روش فعال در تدریس ریاضی، هنوز عمومیت لازم را نیافته است و رفتارگرایی و تدریس به روش سنتی، بخصوص از سوی معلمان که به دلایل مختلف از قبیل عادت کردن به شیوه امتحان شده ی گذشته، ترس از انجام ریسک در تدریس، مشکلات کمبود وقت، میدان ناوابسته (FI) بودن معلم و ترجیح موقعیت معلم-محوری و سخنرانی یک طرفه بر روش فعال و ... پذیرای روش فعال نیستند، مورد استقبال بیشتری است.

در این میان تشویق و ترویج بهره گیری از ICT در آموزش به روش فعال مبتنی بر IT و ICT به معنای قرار دادن بار پروژه ی نیمه تمام قبلی، بر دوش پروژه ی نوپای اکنون است.

۳-۱-۴ : کمبود وسایل و نرم افزارهای لازم

کمبود منابع و نرم افزارهای مفید و نداشتن استانداردهای لازم در اکثر نمونه های موجود در بازار محتوای الکترونیکی، از جمله ی مشکلاتی است که گریبانگیر سیستم آموزشی فعلی است. تولید بی رویه CD ها و نرم افزارهای آموزش ریاضیات، از سوی شرکت های نرم افزاری و گروه های بدون صلاحیت، به آشفته گی بازار ICT انجامیده است و در اکثر موارد مروج روش های سنتی تدریس هستند. چرا که تولیدکنندگان نرم افزارهای آموزشی باید علاوه بر دارا بودن سواد موضوعی ریاضی و سواد لازم در زمینه ICT، از مهارت کافی در تلفیق این دو نیز بهره مند باشند^۳.

نمونه هایی از نرم افزارهای آموزشی با سطح قابل قبولی از استانداردها، برای دروس مختلف، توسط دفتر تکنولوژی آموزشی، تهیه شد. ریاضی ۱ و ۲ و ۳ آن برای دوره راهنمایی با بهره گیری از روش فعال در آموزش، نمونه ای از انجام موفق تولید نرم افزار آموزشی با اهداف جدید است که متاسفانه با عدم تبلیغات لازم از سوی دفتر و دسترسی دشوار به این نرم افزارها از سوی معلمان، روبروست. همچنانکه در تدریس یک موضوع درسی، بعضاً فعالیت های گنجانده شده در کتاب، پاسخگوی نیاز کلاس نبوده و به فعالیت های تکمیلی، جایگزین و یا توسعه ای نیاز است، در انتخاب محتوای آموزش های بهره مند از ICT نیز نیازمند تنوع هستیم و متاسفانه عدم تنوع لازم در نمونه های موجود، دست معلم را برای انتخاب نرم افزار متناسب با سطح کلاس خویش، بسته است. در چنین وضعیتی، تصویر سردرگمی معلمی که قصد بهره گیری از ICT را دارد، دور از ذهن نیست.

۳-۲ : ضرورت ها

اکنون برای تولید محتوای الکترونیکی آموزشی مناسب، جهت تلفیق برنامه درسی با ICT، نیازمند توجه جدی به ضرورت هایی در این میان هستیم. مهم ترین این ضرورت ها بشرح زیر است:

۳-۲-۱ : سادگی محیط نرم افزار

محیط نرم افزار باید تا حد ممکن ساده و ویژگی های عمومی نرم افزارها از قبیل محل دکمه ها، ارتباط ساده با کاربر (user friend)، داشتن توضیحات لازم و دستیار کاربردی (Help) و غیره را داشته باشد تا کار با آن برای معلم و دانش آموزی که به تازگی کار با رایانه را آغاز کرده است، آسان باشد.

۳-۲-۲ : بسته نبودن و بستر بودن

در روش فعال، معلم گاهی نیازمند جایگزین کردن یا توسعه دادن و یا تکمیل فعالیت کتاب است. یقیناً همین ویژگی باید در نرم افزار مورد نظر گنجانده شود. بدین معنا که برنامه مزبور محدود به محتوا و مثال های ارائه شده در CD نباشد و قابلیت ساخت مثال های بیشتر را برای معلم فراهم کند.

۳-۲-۳ : جامعیت لازم

هرچه نرم افزاری موضوعات بیشتری از کتاب درسی را پوشانده و از جامعیت لازم برخوردار باشد، بیشتر مورد استفاده قرار خواهد گرفت. بدین سبب لازمست طراحی آن طوری صورت گیرد که معلم در طی حداقل یک سال تحصیلی، مجبور به یادگیری و یاددهی نرم افزارهای متعدد نباشد.

۳-۳: راهکاری برای یک تلفیق موفق

تشویق به استفاده از ICT در تدریس، باید با ارائه سخت افزارها و نرم افزارهای مربوطه همراه باشد. همچنین باید نحوه به کارگیری تکنولوژی در جریان تدریس برای معلم، تعریف شده و دقیق باشد. بدین معنا که معلم بداند چگونه و از چه مجرای ICT را به کلاس خود وارد کند. برای این منظور، پیشنهادی عملی و در عین حال بسیار مفید که متناسب با آموزه های سنین قبل از دانشگاهی ما می باشد، «هندسه پویا» یا «هندسه دینامیکی» است. هندسه پویا، راه را برای تدریس آسان تر مفاهیم ریاضی در محیطی اکتشافی و تعاملی میان معلم و دانش آموز گشوده و به اجرای هرچه موفق تر روش فعال در تدریس ریاضی منجر خواهد شد.

۴- «هندسه پویا» چیست؟

«Dynamic Geometry» یا «هندسه پویا» دستاوردی از دنیای رایانه ها برای آموزش ریاضی است که در آن قضایا و احکام هندسه، اعم از مسطحه، فضایی و ... قابلیت به تصویر کشیده شدن و بررسی کردن در طیفی پیوسته را پیدا می کنند. (افشین منش)^۴
در واقع هندسه دینامیکی با فراهم کردن فرصتی برای بررسی مفاهیم هندسی در فضایی غیر استاتیک، سبب ایجاد درک عمیق تری از هندسه خواهد شد. (امین الرعايا)^۵
هندسه پویا با دارا بودن تمام دستاوردهای ICT برای آموزش ریاضیات، در تعمیم و بررسی صحت قضایای هندسه از روش استقرایی و پیش از اقدام کردن به اثبات استنتاجی آنها، نقش موثری را بازی می کند.

بحث را با آوردن مثالی، روشن تر می کنیم.

فرض کنید قرارست با روش فعال، این قضیه را تدریس کنید: «هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط، تا دو سر آن پاره خط، به یک فاصله است.» در ابتدایی ترین حالت تدریس فعال، از بچه ها می خواهید تا پاره خطی را کشیده و عمود منصف آن را رسم کنند. سپس نقطه ای روی عمود منصف یافته و فاصله آن را تا دو سر پاره خط اندازه گیری کنند و نتیجه را ثبت نمایند. آنگاه این کار را برای چند نقطه دیگر روی عمود منصف تکرار کرده و پس از بررسی نتیجه، برداشت خود را بنویسند.
سوالی که در این میان مطرح است، اینست که: «دانش آموزان با بررسی چند نقطه به این نتیجه رسیدند؟» ۵ نقطه؟ ۱۰ نقطه؟ ۲۰ نقطه؟ یا بیشتر؟ آیا صدور حکم کلی با بررسی مثال های معدود نمی تواند زمینه ساز تفکر «تعمیم دادن احکام ریاضی، بدون بررسی تمام موارد ممکن و حتی حالت های استثنا» باشد؟

در چنین موقعیتی هندسه پویا، با فراهم ساختن امکانی برای بررسی صحت مثال ها، قضایا و احکام در طیفی پیوسته از نقاط، تعداد موارد بررسی شده توسط دانش آموز را از حالت معدود و متناهی خارج ساخته و علاوه بر بررسی تمام موارد ممکن، به آشکارسازی موارد استثنا نیز می پردازد.
پیش از هر مطلب دیگر، بیان این نکته در اینجا ضروری به نظر می رسد که مولفان این مقاله، در به کارگیری هندسه پویا برای ریاضیات دوره راهنمایی تاکید خاص دارند. چرا که سن راهنمایی، در میانه سن دبستان و دبیرستان قرار گرفته است و دانش آموز در اطراف این بازه تحصیلی با دو نوع طرز تفکر روبروست. یکی تفکر دبستانی که هر حکم کوچک را با مشاهده موارد بسیار اندک، به تمام امور تسری می دهد و دیگری تفکر دبیرستانی که تا با استنتاج کامل و اثبات ریاضی وار و منطقی مطلبی روبرو نشود، ولو با مشاهده ۱۰۰ مثال، از پذیرش احکام جدید سرباز می زند و این سوال در گوشه ذهنش باقی است که آیا می شود مورد ۱۰۱-مین، مثال نقضی بر این حکم باشد؟

در این میان معلم دوره راهنمایی که اتصال دهنده این دو نوع طرز تفکر به یکدیگر است باید با شیئی ملایم، ذهن دانش آموز را (که با مشاهده حداکثر ۱۰ مثال حکم کلی را صادر می کند) به سوی ذهن استنتاجی و بررسی کامل مثالها در یک طیف پیوسته سوق دهد که نقش هندسه پویا در انجام این مهم، پر رنگ و موثر است.

هندسه پویا تدریس فعال مبتنی بر ICT را در سطحی بالا فراهم کرده و آمادگی بیشتری برای مواجهه با ریاضیات استدلالی و شکل گیری ذهن استنتاجی و پرسشگر بوجود می آورد.

۵- نرم افزار GeoGebra

نرم افزارهای متعددی برای هندسه پویا طراحی شده است که قابلیت ها و امکانات متعددی را عرضه می کنند. CABRI، CABRI-3D، MATLAB، GeoGebra و غیره، مواردی از این نوع است. نرم افزار GeoGebra که توسط Markus Hohenwarter، از متخصصان علوم رایانه و آموزش ریاضی، در دانشگاه SALZBURG استرالیا، طراحی شده است، نسبت به نمونه های موجود، از ویژگی های خاصی برخوردار است که دلیل انتخاب شدن آن توسط مولفان است.

- ۱- منبع باز (open source) بودن این نرم افزار، قابلیت اعمال تغییرات در آن توسط متخصصان داخلی، به جهت بهینه سازی و انطباق آن با موضوعات کتب درسی ایران را فراهم ساخته است.
- ۲- دارا بودن قابلیت تولید خروجی هایی با پسوند html، png و eps امکان تولید یک فایل با قابلیت اجرا، بدون نیاز به نصب نرم افزار را میسر ساخته است.
- ۳- ترجمه این نرم افزار به ۲۶ زبان دنیا و از جمله زبان فارسی، باعث برقراری ارتباط سهل تر میان کاربر و برنامه شده است. شایان ذکر آنکه این ترجمه، با هماهنگی آقای Hohenwarter انجام شده و نسخه فارسی آن در سایت رسمی GeoGebra، قابل دسترسی و بارگذاری (download) است.
- ۴- سادگی محیط نرم افزار و آسانی کار با آن برای کاربر ویژگی اصلی این نرم افزار است. بطوریکه با چند جلسه آموزش می توان به قابلیت های بسیاری از این نرم افزار دسترسی پیدا کرد.
- ۵- جامعیت آن برای مباحث ریاضیات راهنمایی و دبیرستان از نکات برجسته GeoGebra است.

۶- نگاهی به یک تجربه

به کارگیری این نرم افزار در آموزش مبحث «معادله خط» سوم راهنمایی، به تدریس موفق تر این مبحث منجر شده و باعث درک بهتر مفاهیم آن توسط دانش آموزان و نهایتاً افزایش نمرات آنان در ارزشیابی های به عمل آمده در مقایسه با گروه آموزش دیده به روش فعال و بدون استفاده از ICT گردید. نرم افزار GeoGebra، با در اختیار داشتن دو پنجره مجزا در یک صفحه، برای هندسه و جبر، به بیان معادلات اشکال هندسی ترسیم شده در صفحه، مانند مختصات نقاط یا معادلات خطوط و دوائر می پردازد.

این ویژگی، زمینه را برای اجرای روش فعال در مبحث معادله خط فراهم کرده و دانش آموزان با ثابت نگه داشتن عرض از مبدا خطوط و تغییر شیب به صورت پیوسته، به بررسی تغییرات معادله خط پرداختند. همچنین تدریس مبحث خطوط موازی با محورها، خطوط مبدا گذر و غیر مبدا گذر و بعد از آن تدریس دستگاه معادلات خطی و تعبیر جواب دستگاه به عنوان نقطه برخورد دو خط با یکدیگر، که در GeoGebra به راحتی و بطور هندسی قابل پیدا کردن بر روی صفحه است، میسر شد. شایان ذکر است که این درک بهتر از معادلات و تصویر سازی سریع توسط دانش آموزان از خطوط ارائه شده در صفحه، تنها با ۲ جلسه آموزش نرم افزار فوق بدست آمد.

نرم افزار GeoGebra، با شامل شدن مباحث بردارها و مختصات، زوایا، چند ضلعی ها، معادله خط، دایره (رسم دایره در حالات داشتن مرکز و یک نقطه، مرکز و شعاع و یا سه نقطه بر روی محیط دایره)، تقسیم پاره خط به نسبت های دلخواه، حل دستگاه معادلات خطی (دو معادله دو مجهول)، کمان ها و قطاع ها، مکان هندسی، تبدیلات هندسی (اعم از دوران، انتقال، بازتاب، تجانس)، مقاطع مخروطی، تابع (بررسی توابع چند جمله ای، انتگرال یک تابع، مماس بر تابع در یک نقطه مشخص) و غیره جامعیت لازم را برای استفاده در کلاس های ریاضی قبل از دانشگاهی، دارا می باشد.

۷- نتیجه

تشویق به بهره‌گیری از ICT در کلاس‌های درس یکی از دغدغه‌های اخیر و بجای دست‌اندرکاران آموزش کشور بوده است. بهره‌وری ناشی از به کارگیری نرم‌افزارهای آموزشی متناسب با موضوعات درسی و سنین تحصیلی مقاطع مختلف، آن‌چنان قابل توجه است که در صورت فراهم شدن زمینه‌ای برای استفاده گسترده از ابزار ICT در تدریس، شاهد رشد روزافزون کیفیت تدریس در کنار کشف و جذب مفاهیم توسط دانش‌آموزان خواهیم بود. تدریس موفقی که آثار خود را در مقاطع تحصیلی بالاتر و در آزمون TIMSS و حتی در کاربردهای ریاضی در زندگی خود را نمایان خواهد ساخت.

اما توجه بدین مهم ضروری است که تشویق به استفاده از ICT باید با ارائه بسترها و سخت‌افزار و نرم‌افزارهای مناسب همراه باشد و «هندسه پویا» به عنوان تلفیق درست و موفق ICT با برنامه درسی، بهترین گزینه موجود به نظر می‌رسد.

لذا پیشنهاد می‌گردد که در کنار آموزش‌های رسمی مدارس، آموزش یک نرم‌افزار مورد تایید در مقوله هندسه پویا نیز مورد عنایت قرار گرفته و پس از آموزش آن در یک سال تحصیلی، در پایه‌های مختلف و در کلاس‌های ریاضی مورد استفاده واقع شود.

مراجع

^۱ مقاله «چارچوبی برای تلفیق ICT در آموزش ریاضی» - رفیع پور، ابوالفضل؛ گویا، زهرا؛ خلیفه، زهرا - دومین همایش آموزش الکترونیکی - دبیرخانه شورای عالی اطلاع رسانی - ۲۰ و ۲۱ دی ماه ۱۳۸۳

^۲ همان

^۳ همان

^۴ مقاله «هندسه پویا، بخش اول، معرفی» - میلاد افشین منش - سایت «لیخند ریاضی» - ۸ اردیبهشت ۱۳۸۶
<http://www.riazilog.com/?p=۱۳۹>

^۵ <http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Persian>

^۶ <http://www.geogebra.org>